



1. Considere 30 cartões numerados de 1 a 30. É possível agrupá-los em três montes, de forma que cada um contenha 10 cartões, e todos possuam a mesma soma? Se for possível, exiba uma solução.

2. Um aluno apresentou ao seu professor de matemática uma demonstração, que segundo ele provava que 2 é menor que 1. A demonstração é a seguinte:

$$2^2 > 2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 2^2 < \log_{\frac{1}{2}} 2 \Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{2}} 2 < \log_{\frac{1}{2}} 2 \Rightarrow 2 < 1$$

Evidentemente existe uma falha na demonstração. Qual é a falha? Justifique.



3. Considere a seqüência de números inteiros: $1^2, 2^3, 3^2, 4^3, 5^2, 6^3, \dots$ onde o termo geral é dado por :

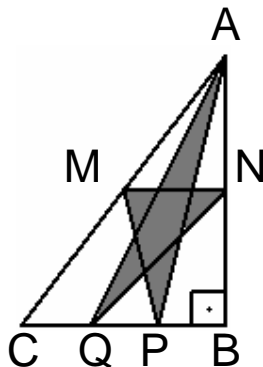
$$a_n = \begin{cases} n^2, & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ n^3, & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

Mostre que se k é um inteiro ímpar positivo, então a soma dos $k+1$ primeiros termos da seqüência é dada por:

$$S_{k+1} = \frac{3k^4 + 28k^3 + 78k^2 + 80k + 27}{24}$$



4. No triângulo retângulo ABC, reto em B, $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm, M é o ponto médio do lado \overline{AC} , N é o ponto médio do lado \overline{AB} e os pontos P e Q dividem o lado \overline{CB} em três partes iguais. Calcule a área da parte pintada.





5. Calcule o determinante da matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 111 & 112 & 121 & 122 \\ 112 & 111 & 121 & 122 \\ 121 & 122 & 211 & 212 \\ 211 & 212 & 221 & 222 \end{pmatrix}$$



6. Dada a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 1$ e o ponto $P = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, determine o lugar geométrico dos pontos médios das cordas desta circunferência que passam por P.



7. Chamam-se palíndromos os números inteiros que não se alteram quando invertida as ordens dos seus algarismos. Os números 383, 4224, 74847 são exemplos de números palíndromos. Quantos números palíndromos com cinco algarismos existem?



8. Na figura, ABCD é um trapézio de bases \overline{AD} e \overline{BC} , e altura \overline{AB} . Se AE é um arco da circunferência de centro em B e raio $AB = 5\text{ cm}$, $AD = 8\text{ cm}$ e $BC = 5\sqrt{3} - 8\text{ cm}$, determine a área da parte pintada ADE.

